

■专题:幼儿园科学教育

# 《自然辩证法》的核心思想与数学文化的哲学思考

安红霞<sup>1</sup>, 艾尔肯·吾买尔<sup>1</sup>, 邹庭荣<sup>1,2</sup>

(1. 喀什大学教育科学学院, 新疆喀什 844006; 2. 华中农业大学理学院, 湖北武汉 430070)

**摘 要:**对恩格斯的《自然辩证法》的核心思想进行了归纳总结,对数学史上的数学哲学进行了诠释,并从哲学的高度对数学文化的内涵进行了分析和思考,对数学在自然科学中的重要作用进行了进一步讨论,并以微积分为例,讨论了《自然辩证法》对数学文化的重要指导作用。

**关键词:**辩证法;数学文化;哲学

**中图分类号:**N031;O01-0

**文献标识码:**A

**文章编号:**2095-770X(2018)04-0014-05

**PDF 获取:** <http://sxxqsfxxy.ijournal.cn/ch/index.aspx>

**doi:** 10.11995/j.issn.2095-770X.2018.04.004

## Study on the Mathematical Culture and Philosophical Thinking of Natural Dialectics

AN Hong-Xia<sup>1</sup>, ERKIN Vumar<sup>1</sup>, ZOU Ting-rong<sup>1,2</sup>

(1. School of Education, Kashgar University, Kashgar 844006, China;

2. College of Science, Huazhong Agricultural University, Wuhan 430070, China)

**Abstract:** The core thoughts of Natural Dialectics are summarized in this paper. This paper also studied the core interpretation idea of the mathematics in the history of mathematics philosophy, analyzed the connotation of mathematics culture from the perspective of the philosophy, and explained the importance of mathematic in natural science. It also took the example of calculus to discuss the important guiding role of Natural Dialectics on mathematical culture.

**Key words:** dialectics; mathematical culture; philosophy

恩格斯的《自然辩证法》<sup>[1]</sup>与数学文化史上的“数学哲学”几乎是同时代的产物,是巧合还是必然?《自然辩证法》是19世纪70年代至80年代写成的一部反映自然和自然科学基本规律的杰出著作,该书一方面从自然科学成果中吸取了大量的哲学精华,另一方面又用唯物主义自然观分析和研究了自然科学的问题。他指出,物质的任何有限的存在方式,包括星云和太阳都是暂时的,只有物质世界和它的运动才是永恒的、无限的。《自然辩证法》以19世纪自然科学成就为依据,总结出自然界运动变化的基本规律,客观地描绘了自然界中各种关系和种种

联系交织起来的图景,探索了自然界的发展前途,精彩地阐明了辩证唯物主义的自然科学观。它的确立,是人类科学思想史上的一次重大革命性变革,对自然科学的发展和哲学的丰富有着划时代的意义,是今天现代科学技术产生的思想基础,并且成为指导人们认识自然和改造自然的科学的理论武器。

不难发现,《自然辩证法》的核心思想总体上概括了人类认识自然、改造自然的艰难而曲折的进程。通过研究自然科学的发展历史,恩格斯总结出了自然界是运动的、变化的、能量不灭的等科学的观点,这些观点在今天仍然有重要的现实意义,对我们深

入研究数学文化也有重要的指导意义。因为就当时的数学研究而言,研究的对象也是运动的、变化的,数学哲学对数学的发展同样具有划时代的伟大意义。本文的目的就是讨论关于自然辩证法的核心思想与数学哲学的思考,由于数学哲学是数学文化的重要组成部分,所以它实际上也是“如何从数学文化角度研究分析、探讨《自然辩证法》的核心价值”的问题,这些正是今天每一个数学文化研究工作者需要思考、探讨的问题。在数学文化的发展进程中,曾有过被称为“数学哲学”的世纪之争,而这个“世纪之争”极大地推动了数学的发展,同时也极大地推动了自然科学的发展。

## 一、数学哲学的世纪之争

所谓数学哲学,简单的说就是“探讨自人类开始理智活动以来所引起的哲学家思考的那些数学问题”,它所关注的就是数学的本质、性质和意义、数学的发明、发现与真理、以及数学与心智、数学与逻辑、数学与现实世界等一系列哲学问题<sup>[2]</sup>。德莫林斯(B. Demofhns)说:没有数学我们无法看穿哲学的深度;没有哲学,人们也无法看穿数学的深度;而没有这两者,人们就什么也看不透<sup>[3-4]</sup>。德莫林斯这句格言深刻地表明了数学与哲学的丰厚关系。这充分说明数学是哲学问题的一个重要来源,数学为哲学的思考与发展提供了丰富的实践环境;我们知道,19世纪的许多数学家也是哲学家,在他们眼里,数学与哲学是同宗同源的,在沟通数学与哲学的关系方面,形成了一门叫做数学哲学的学科。

当人们谈及数学哲学时总是不可避免的谈及集合论悖论。我们知道,集合论的发明给数学研究者们带来希望的同时,也给数学带来不确定性,这就是所谓的罗素的集合论悖论。罗素的集合论悖论使数学家们感到不安全。面对这样的危机,数学家们努力设法消除这个怪物。他们不断地探索,除了修补集合论本身及在公理化方面寻求出路外还会思考更根本的问题。即使是集合论公理,也出现了好几种体系,形成了关于数学基础的三大学派:以罗素为代表的逻辑主义;以布莱尔为代表的直观主义和以希尔伯特为代表的形式主义。究竟哪一种更可靠?数学推理究竟在什么情况下有效,什么情况下无效?数学命题在怎么样的情况下具有真理性?在怎样的情况下可能失灵?这事实上是一个数学基础的问题。

在这场对数学基础的严密考察中,起初所显示的还是不太明显的意见分歧。尔后便渐渐发展成了不同流派。各种数学流派的争论显示了各流派的智慧。这种争论有时十分激烈,有时又相互吸收其他流派的观点,从而客观上有利于各流派自身的改进和发生各种积极变化,从而互相影响、互相渗透。

### (一)逻辑学派

逻辑学派主要代表是英国数学家伯特兰·罗素(Bertrand Russell, 1872年—1970年)。其基本思想在罗素1903年发表的《数学原理》(The Principles of Mathematics)中有大概轮廓。罗素后来与怀特黑德(A·Whitehead, 1861—1947)合著的三大卷《数学原理》(Principia Mathematicas, 1910—1913)是逻辑学派的权威性论述。按照逻辑主义的观点:数学乃逻辑的一个分支。逻辑不仅是数学的工具,它还成为数学的祖师。所有数学的概念要用逻辑概念的术语来表达,所有数学定理要作为逻辑的定理被推演。至于逻辑的展开,则是依靠公理化的方法进行。即从一些不定义的逻辑概念和不加证明的逻辑公理出发。通过符号演算的形式来建立整个逻辑体系。为了避免悖论,罗素创造了一套“类型论”。类型论将对象区分为不同的层次。处于最低层的是0型的对象。属0型的类构成I型不同的对象。I类型的元素构成类型II的元素,如此等等。在应用类型的理论中,必须始终贯彻如下的原则:一定类的所有元素必须属于同一类型。类相对于其自身成员是高一级类型的对象。这样集合本身就不能是它自己的成员。类型论避免了集合论悖论的产生。在《数学原理》中还有各种等级内的各种等级。导致所谓“盘根错节”的“类理论”。为了得到建立分析所需要的非断言定义,必须引进“可化归性公理”,此公理的非原始性和随意性引起严重的批评。可化归性公理被指出是非逻辑公理而不符合将数学化归为逻辑的初衷。按类型论建立数学开展起来极为复杂。事实上,罗素和怀特黑德的体系一直是未完成的,在很多细节上是不清楚的。

### (二)直觉主义学派

直觉主义学派的主要代表人物是荷兰数学家布劳尔(L. E. Brouwer, 1881—1966)。布劳尔1907年在他的博士论文《论数学基础》中搭建了直觉主义数学的框架,1912年以后又大大发展了这方面的理论。直觉主义学派的基本思想是数学独立于逻辑。

认为数学理论的真伪,只能用人的直觉去判断。基本的直观是按时间顺序出现的感受。例如,由于无限反复,头脑中形成了一个接一个的自然数概念。一个接一个,无限下去。这是可以承认的(哲学上称为潜无限)。因为人们认为时间不是有限的,可以一直持续下去,但永远达不到无限(即实无限),所谓“全体实数”是不可接受的概念。“一切集合的集合”之类更是不能直观解释的。因而不承认它的合理性。“悖论”自然也就不会产生了。

直觉主义学派认为,集合论悖论决不是偶然现象,它是整个数学所感染的疾病的一种症状。因此,悖论问题不可能通过对已有数学作某些局部修改和限制加以解决,而必须依据可信性对已有的数学作全面审视和改造。那么,什么样的概念才是可信的呢?在直觉主义学派看来:“直觉上的可构造性”。直觉主义学派有句著名的口号:“存在必须是被构造”<sup>[5]</sup>。这就是说数学中的概念和方法都必须具有构造性的。非构造性的证明是直觉主义者所不能接受的。这一学派的另一代表人物克罗内克有一句名言:“上帝创造自然数,别的都是人造的。”

据说,希尔伯特的老师林德曼曾证明 $\pi$ 是超越数。克罗内克对他说:“无理数是不存在的。你对于 $\pi$ 的美丽的探讨有什么用处?”<sup>[6]</sup>

布劳尔还有一个最惊人的主张,即不承认排中律,不准用反证法证明一命题为真。例如,如果已证明在某个无穷集合中,并不是所有元素都具有某性质,按布劳尔观点,不能说至少有一元素具有此性质,除非你把这个元素具体指出来。他的理由是:你没有构造出来,你就不能说“存在”,在无穷集合中,你无法一个一个地拿出来检验是否真有某性质。你怎么能说至少有一个元素呢?否定无限多个都具有性质,并不能直觉地告诉我哪一个元素具有此性质。因此,反证法不能适用。

### (三)形式主义学派

形式主义学派的代表人物是德国著名数学家希尔伯特,D.(David Hilbert,1862~1943)。希尔伯特于1899年写了一本《几何基础》。在集合论悖论出现之后,希尔伯特没有气馁。而是奋起保卫“无穷”,支持康托尔反对克罗内克,给纯粹性证明打气。为了解决集合论悖论,希尔伯特指出,只要证明了数学理论的无矛盾性,那么悖论自然就永远被排除了<sup>[7]</sup>。在1922年汉堡的一次会议上,希尔伯特提出

了数学基础研究规划,这就是首先将数学理论组织成形式系统,然后,再用有限的方法证明这一系统的无矛盾性。这里所说的形式系统就是形式公理化。所谓的一个数学理论的形式公理化,就是要纯化掉数学对象的一切与形式无关的内容和解释,使数学能从一组公理出发,构成一个纯形式的演绎系统。在这个系统中那些作为出发点的命题就是公理或基本假设,而其余一切命题或定理都能遵循某些假定形式规则与符号逻辑法则逐个地推演出来。

形式主义者认为:无论是数学的公理系统或逻辑的公理系统,其中只要能够证明该公理系统是相容的,独立的和完备的,该公理系统便获得承认,它便代表一种真理。从这个思想出发,希尔伯特打算把整个数学都公理化,并验证它的无矛盾性。他设想最后只须验证算术公理的无矛盾性,这一奢望后来被哥德尔打破了。1931年,哥德尔公布了“不完备性定理”,这一定理证明了希尔伯特规划是不可能实现的。希尔伯特之所以失败就在于他在基础研究中坚持的立场是错误的。他完全否认了无限概念和方法的客观意义,过分夸大了形式研究的作用。事实上,数学的真理性并不存在于严格证明里,而归根结底要在物质世界的实践过程中去验证。

### (四)《自然辩证法》对数学哲学问题具有重要意义

由上可见数学哲学是数学文化的重要组成部分。数学文化与自然辩证法有着千丝万缕的联系。

《自然辩证法》对马克思主义哲学的发展,对自然科学哲学问题的研究,具有重要的意义。它运用唯物辩证法对当时自然科学发展中的一些重要问题作出了很有见地的分析,提出了一些重要的科学预见,然而,这些科学遇见在数学的帮助下得以实现。事实上,关于数学与科学的密切联系,人们不论怎样的形容和评论都不会过分,尤其现代数学与现代科学的关系是如此的微妙与深奥,以至于人们无法完全将它们一分为二,由此,人们关于数学与科学的话题也就十分丰富了,数学是打开科学大门的钥匙;数学是科学发展的动力之一等等。在众多的话题中,特别引起人们关注的有这么一个话题:科学的数学化。正是科学的数学化这一根本原因,才使数学成为打开科学大门的钥匙,成为科学的语言、方法、工具以及动力等等。科学的数学化不仅使科学以数学为表象,而且更重要的是使科学的方法、科学的思维

乃至科学的本质都成为数学性。科学史家兰顿尔(J. H. Rnada)在探究近代科学诞生的根源时深有感触的说:科学诞生于用数学解释自然这一信念<sup>[8-9]</sup>。这句话不仅揭示了近代科学产生的深刻奥妙,也深刻地反映了科学数学化的思维根源。数学文化通过研究科学数学化的历程来阐明科学本质的数学性,同时解释数学在自然科学中不可思议的有效性;另一方面,现代数学研究已经越来越远离实践,实践的推动只能成为数学发展的间接动力,那么除了数学内部矛盾的推动之外,科学需要成为数学发展的不竭动力,科学的需要如何推动数学的发展以及在多大程度上推动数学的发展,还有科学数学化的种种表象已经成为当代数学家和科学家思考的重要问题之一,也是数学文化研究的重要内容。

## 二、数学文化的哲学思考

我们知道,关于“数学文化”没有确切的定义,但人们还是有一个共识,那就是在当今社会,科学技术正以迅猛的势头强烈地影响、渗透并冲击着人类社会几乎所有的领域,数学与数学技术是其中最强劲的浪潮之一。在新技术革命和信息革命中,数学理论与技术起着十分重要的作用,我们必须面对的是一个科学理论、技术与人文科学、社会相互交织、相互作用的崭新而又复杂的社会。在这个社会系统中,当进步与变革越来越多地依赖于科学时,我们便不能把数学等科学的意义仅仅局限于其狭隘的专业领域,而必须把这种狭隘的专业意义泛化为更广泛的文化意义。纵观人类科学与文明发展的历史,我们可以发现:数学文化一直是人类文明发展的主要文化力量,同时人类文化的发展又极大地影响了数学文化的进步<sup>[10]</sup>。数学文化研究首先也是基于此种认识。同时,由于受学校教育的影响,一般人认为数学仅仅是对科学家、工程师或许还有金融家才有用的一系列技巧,学习数学就是为了掌握这些技巧,而做到这一点最有效的办法就是重复训练。这种教育导致绝大部分人对数学的冷漠和厌恶;甚至许多权威、专家也对数学投以鄙夷的神色。然而,技巧仅仅是数学微不足道的方面,它远不能代表数学和数学文化,就如同调配颜色远不能当作绘画一样,技巧是将数学的激情、推理、美和深刻的内涵剥落后的产物,所以曾铁,李志棣的《全方位提升中小学课本文化品质乃当务之急》就指出:课本的文化品质应与文

化繁荣、科学发展及需求相适应、匹配。<sup>[11]</sup>实际上,数学文化不仅是科学技术的理论基础和工具,而且也是推动社会进步和思想解放的原动力,数学文化也能使人产生情感方面的体验,它能给人以乐趣和美的享受,能使人激动,也能使人厌恶,总之,它是人类文化的一种,我们希望把数学文化带回到人类文化中来,让大众看到数学文化的本来面目,体会到数学文化的美,意识到数学文化是为所有人服务的,数学文化是一种多元的人类文化活动,从而为正确、全面、深刻认识数学提供一个新的研究方向。

在今天用《自然辩证法》的观点来看待数学文化,我们认为,数学文化是辩证的辅助工具和表现方式,比如,作为高等数学主要内容的微积分中就蕴含了丰富的辩证思想。就像恩格斯指出的:“数学是辩证的辅助工具和表现方式”<sup>[12]</sup>。数学中充满矛盾。微积分中蕴含了丰富的辩证思想。简单来说,微分是由整体来研究局部,而积分则是由局部来研究整体,它们是两个互逆的过程,这是对立统一的关系。充分的认识这些思想能帮助我们正确的分析问题和解决问题,对数学教育教学起很好的指导作用。无论概念、判断和运算法则都存在对立统一关系,这其中蕴涵了丰富的辩证法的思想。又比如《自然辩证法》中的有限与无限思想也是对立的统一。而由于微积分是以极限理论实现了有限与无限的转化,微积分通过有限认识无限,也通过无限来确定有限,而极限概念是有限与无限的对立统一。另外,微积分中的“直与曲”、“近似与精确”、“连续与离散”、“特殊与一般”等重要思想都是《自然辩证法》理论在数学文化中的重要体现<sup>[13]</sup>。在微积分中,大量地表现出了以“直”代“曲”的思想方法。局部以直代曲,渗透在整个微积分学的研究中,是解决数学问题的一个重要数学思想;微积分中通过先近似,再精确的转化使得问题变得比较容易解决;连续与离散是相对应统一的,连续函数用不连续(离散)的函数来近似逼近,而离散的类型又常用连续函数来描述,是微积分中常用的一种思维方法;从一般到特殊和从特殊到一般乃是《自然辩证法》中反映的人类认识客观世界的一个普遍规律。一方面一般概括了特殊,普遍比特殊更能反映事物的本质。另一方面由于事物的特殊性中包含着普遍性,即共性存在于个性之中,微积分中一些概念和定理的获得也是从特殊到一般的思想。

### 三、结束语

《自然辩证法》是19世纪恩格斯系统阐释科学技术基本原理的著作,是马克思主义哲学的基石之一,它创立了辩证自然观,实现了自然观发展史上一次大的变革。在解决哲学与自然科学的关系中,揭示了科学的发展,影响着哲学观点的变化和改变,同时指出了哲学观点的变化和改变,必然对科学发生重要作用,必然支配着自然科学的研究和发展。另一方面,今天看来《自然辩证法》对“数学文化”的研究也有深刻的指导意义,《自然辩证法》也必将影响“数学文化”的变化和改变。正如齐民友指出:“数学作为文化的一部分,其最根本的特征是它表达了一种探索精神”<sup>[14]</sup>。数学文化作为文化的一部分,其永恒的主题是‘认识自然,认识宇宙,也认识人类自己,在这个探索过程中,数学文化把理性思维的力量发挥的淋漓尽致。他提供了一种思维的方法和模式,提供了一种最有力的工具,提供了一种思维合理标准,给人类思想解放打开了道路。数学是思维的体现,思维是数学的灵魂,数学既是作为一种科学的数学,一种哲学的数学,也是一种文化的数学,这个变化过程与历史的发展是不能分割的,数学文化推动了科学技术的发展与人类的进步。数学文化教育贴近实际,贴近生活,它不只是传授某一专业的知识、培养某一专业领域人才为唯一目标,而是科学的判断社会形式及其发展趋势,培养社会主义事业接班人<sup>[15]</sup>。

数学哲学是数学文化的重要组成部分,数学文化作为一门自然科学与自然辩证法有着密切联系。自然辩证法为数学文化的理论提供世界观和方法论,而数学文化理论的研究和学习有利于自然辩证法的发展。作为数学工作者,应掌握自然辩证法原理,并将其应用于教学。这样才能使我们了解数学理论的发展规律,加深对数学知识的透彻理解,掌握数学学科的精髓,更能激起人们对数学文化产生浓厚的兴趣。

总之,讨论《自然辩证法》的核心思想与数学哲学(或数学文化)的联系具有重要的现实意义。数学也和自然界一样充满了矛盾和矛盾的互相转化,所以数学文化本身就是一部辩证法。这种从一种形式

到另一种相反形式的转化就是现实世界矛盾在数学中的反应。用辩证唯物主义思想指导数学文化学习,有利于帮助提高辩证分析能力,理解数学系统关系的整体性。这种数学文化整体性的修养,有利于获得哲学和数学知识。同时,它也是发展思维结构整体性的基础。

#### [参考文献]

- [1] 恩格斯. 自然辩证法[M]. 北京:人民教育出版社,1984.
- [2] 邹庭荣. 数学文化欣赏[M]. 武汉:武汉大学出版社,2016.
- [3] 周述歧. 数学思想和数学哲学[M]. 北京:中国人民大学出版社,1993.
- [4] 黄秦安. 数学哲学与数学文化[M]. 西安:陕西师范大学出版社,1999.
- [5] 郝宁湘. 数学历史文化[M]. 成都:四川教育出版社,2000.
- [6] Paul Ernest(英). 数学教育哲学[M]. 齐建华,张松枝,译. 上海:上海教育出版社,1995.
- [7] 邓东皋,孙小礼,张祖贵. 数学与文化[M]. 北京:北京大学出版社,1990.
- [8] 郑毓信,王宪昌,蔡仲. 数学文化学[M]. 成都:四川教育出版社,1999.
- [9] 孟建伟. 从科学哲学到科学文化哲学[J]. 自然辩证法研究,2003(6):24—27.
- [10] M. 克莱茵. 数学:确定性的丧失[M]. 李宏魁,译. 长沙:湖南科学技术出版社,2002.
- [11] 曾铁,李志棣. 全方位提升中小学课本文化品质乃当务之急[J]. 陕西学前师范学院学报,2016(2):64—69.
- [12] 亚历山大洛夫等(苏). 数学它的内容,意义和方法(第一卷)[M]. 孙小礼,秦元勋,王光寅,译. 北京:科学出版社,1984.
- [13] 龚曰升. 对微积分中主要矛盾的认识[J]. 自然辩证法研究,1999(3):11—18.
- [14] 齐明友. 数学与文化[M]. 长沙:湖南教育出版社,1991.
- [15] 武进. 意识形态、学术与实践的有机统一——对马克思主义理论教育属性的再认识[J]. 陕西学前师范学院学报,2016(2):6—9.

[责任编辑 李亚卓]